Usulan Metode Penyelesaian Pemrograman Linear Fuzzy Menggunakan Informasi Metode Zimmermann

Fitriani Agustina*, Lukman, dan Entit Puspita

Departemen Pendidikan Matematika FPMIPA UPI

*Surel: fitriani_agustina@upi.edu

ABSTRAK. Terdapat beberapa metode penyelesaian permasalahan pemrograman linear fuzzy yang diusulkan dan dikembangkan oleh para peneliti. Artikel ini membahas mengenai suatu usulan metode baru untuk menyelesaikan pemrograman linear fuzzy berdasarkan informasi dari metode Zimmermann. Penyelesaian pemrograman linear fuzzy menggunakan metode Zimmerman ini mempunyai kelemahan untuk penyelesaian kasus pemrograman linear fuzzy tanpa batas dan tidak ada kasus solusi. Untuk mengatasi kelemahan ini, peneliti mengusulkan metode alternatif untuk menyelesaikan pemrograman linear fuzzy dengan cara membangun fungsi keanggotaan dan menggunakan peringkat Thorani. Metode baru yang peneliti usulkan ini dinamakan metode Pengembangan Zimmermann. Hasil metode ini menunjukkan hasil yang lebih baik.

Kata Kunci: *Fuzzy Linear Programming*, *Ranking Thorani*, *Zimmerman Method*.

Proposed Solving Fuzzy Linear Programming Using Information From Zimmermann Method

ABSTRACT. There are several methods for solving fuzzy linear programming problems proposed and developed by researchers. This article discusses a proposed new method for solving fuzzy linear programming based on information from the Zimmermann method. The completion of fuzzy linear programming using the Zimmerman method has the disadvantage of resolving the case of boundless fuzzy linear programming and no case of solution. To overcome this weakness, researchers propose an alternative method to solve fuzzy linear programming by building membership functions and using Thorani ratings. The new method that the researchers propose is called Pengembangan Zimmermann method. The results of this method show better results.

Key words: *Fuzzy Linear Programming, Ranking Thorani, Zimmerman Method*.

1. PENDAHULUAN

Studi tentang pemrograman linear fuzzy dengan pemecahannya telah disarankan oleh banyak peneliti, seperti: R.E. Bellman dan L. Zadeh dalam "*Decision Making in a Fuzzy Inveroument*" [1], Tanaka, Okada, dan Asai dalam "*On Fuzzy Mathematical Programming*" [2], *Zimmermann Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions* [3]. Para peneliti ini adalah ilmuwan pertama yang memperkenalkan proses penyelesaian pemrograman linier fuzzy dengan cara mengubah pemrograman linear fuzzy ke dalam pemrograman linear crip. Maleki, Safi, dan Zaemazad [4] menguji metode Zimmermann, Thorani dan R. Shankar menggunakan pendekatan pemrograman linear fuzzy untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy [5], Kumar dan Bhatia [6] menguji analisis sensitivitas model pemrograman fuzzy linear menggunakan definisi interval-valued fuzzy. Mengenai hal ini, Lukman dan Sufyani lebih lanjut menambahkan langkah ke penilaian Kumar dan Bhatia menggunakan metode simpleks yang direvisi dan solusi menggunakan perangkat lunak Lindo[7].

Berdasarkan hasil penelitian sebelumnya, diperoleh informasi bahwa metode Zimmerman akan menghasilkan solusi yang sangat baik untuk kasus pemrograman linear fuzzy dengan area solusi terikat, tetapi akan menghasilkan penyelesaian kurang baik dalam kasus pemrograman linear fuzzy dengan solusi lokal tanpa batas. Artikel ini membahas mengenai usulan pengembangan metode Zimmermann menggunakan definisi peringkat yang dirumuskan oleh Thorani, Phani, dan Rafi dan dinamai sebagai Metode Pengembangan Zimmermann. Proses selanjutnya, menguji optimasi Metode Pengembangan Zimermann ini menggunakan metode yang sama yang digunakan oleh Maleki.

Pada bagian ini beberapa definisi dasar, operasi aritmatika dan pendekatan fungsi perangkingan untuk perangkingan bilangan fuzzy yang diusulkan peneliti.

Definisi dasar Pada bagian ini beberapa definisi dasar yang dipergunakan.

Definisi 1.1 Bilangan *Fuzzy* Trapesium

Bilangan *fuzzy* trapesium yang diperumum $\tilde{A} = (a, b, c, d; w)$ disebut bilangan *fuzzy* yang diperumum dimana $w \in [0,1]$ dan fungsi keanggotaan,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} w\dfrac{x-a}{b-a}, a \le x \le b \\ w \quad , \qquad b \le x \le c \\ w\dfrac{x-d}{c-d}, c \le x \le d \end{cases}$$

Operasi Aritmetika Bilangan Fuzzy Trapesium

Misalkan $\tilde{A}_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_1)$ dan $\tilde{A}_2 = (a_2, b_2, c_2, d_2; w_2)$, maka operasi aritmetik bilangan fuzzy trapesium tersebut adalah:

(i) $\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2; \min(w_1; w_2))$

(ii) $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2, d_1 d_2; \min(w_1; w_2))$

(iii) $k\tilde{A}_1 = (ka_1, kb_1, kc_1, kd_1; w_1), k > 0$

$k\tilde{A}_1 = (kd_1, kc_1, kb_1, ka_1; w_1), k < 0$

Definition 1.2 (Konstruksi Bilangan Fuzzy Trapesium)

Misalkan b_0 dan p_0 merupakan bilangan real positif berdasarkan informasi Zimmermann Method (ZM). Konstruksi bentuk simetris bilangan fuzzy trapezium dengan fungsi keanggotaan dari bilangan fuzzy Zimmermann, sehingga diperoleh $spread(\tilde{A}) = wp_0$. Misalkan $\tilde{\tilde{A}}$ merupakan sebuah bilangan fuzzy trapezium simetris yang dibentuk dari koefisien bilangan real c, maka:

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} 0\ , & x \in \left(-\infty, c - \frac{1}{2}p_0\right] \cup \left[c + \frac{1}{2}p_0, +\infty\right) \\ 3w - w\frac{(c-x)}{\frac{1}{6}p_0}, & x \in \left[c - \frac{1}{2}p_0, c - \frac{1}{3}p_0\right] \\ w\ , & x \in \left[c - \frac{1}{3}p_0, c + \frac{1}{3}p_0\right] \\ 4w - w\frac{(x-c)}{\frac{1}{6}p_0}, & x \in \left[c + \frac{1}{3}p_0, c + \frac{1}{2}p_0\right] \end{cases} \quad \text{dimana } w \in [0,1].$$

Definition 1.3.

Misalkan c $\in \Re$ dan w $\in [0,1]$, dan bilangan fuzzy yang dikonstruksi adalah:

$$\tilde{c} = \left(c - \tfrac{1}{2}p_0, c - \tfrac{1}{3}p_0, c + \tfrac{1}{3}p_0, c + \tfrac{1}{2}p_0; w\right)$$

Operasi Aritmetika

Misalkan $\tilde{A}_1 = \left(a_1 - \frac{1}{2}p_0, a_1 - \frac{1}{3}p_0, a_1 + \frac{1}{3}p_0, a_1 + \frac{1}{2}p_0; w_1\right)$ dan

$\tilde{A}_2 = \left(a_1 - \frac{1}{2}p_0, a_1 - \frac{1}{3}p_0, a_1 + \frac{1}{3}p_0, a_1 + \frac{1}{2}p_0; w_1\right)$, maka

(i) $\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2 = \Big(a_1 + a_2 - p_0, a_1 + a_2 - \frac{2}{3}p_0, a_1 + a_2 + \frac{2}{3}p_0, a_1 + a_2 + p_0; min(w_1, w_2)\Big)$

(ii) $k\tilde{A}_1 = \left(ka_1 - \frac{1}{2}kp_0, ka_1 - \frac{1}{3}kp_0, ka_1 + \frac{1}{3}kp_0, ka_1 + \frac{1}{2}kp_0; w_1\right)$

Fungsi Perangkingan.

Beberapa pendekatan telah diusulkan untuk perangkingan bilangan fuzzy. Suatu metode penentuan perangkingan yang mudah, konkret, dan sederhana diusulkan oleh Thorani dkk [8]. Metode perangkingan ini dipandang lebih mudah dalam perhitungan serta dapat memberikan hasil yang sesuai untuk masalah yang didefinisikan, selain itu metode ini juga dipandang dapat memberikan urutan perangkingan yang lebih baik dibandingkan metode lainnya.

Misalkan $\tilde{A} = \left(a - \frac{1}{2}p_0, a - \frac{1}{3}p_0, a + \frac{1}{3}p_0, a + \frac{1}{2}p_0; w\right)$, $a \in \Re$, $p_0 > 0$, dan $w \in$ [0. 1], maka perangkingan dari $\tilde{A}$ adalah

$$R(\tilde{A}) = \frac{\alpha \times \beta}{\gamma^2}$$

dimana, $\alpha = \frac{1}{54}\sqrt{30}p_0\left(3a - \frac{7}{6}p_0\right) + \frac{1}{3}p_0 + \frac{1}{18}\sqrt{\frac{2}{3}p_0^2 + w^2}\left(3a + \frac{7}{6}p_0\right)$

$$\beta = \frac{1}{54}\sqrt{30}p_0 w + \frac{1}{6}p_0 w + \frac{1}{18}w\sqrt{\frac{2}{3}p_0^2 + w^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{3}p_0\left(\frac{1}{6}\sqrt{30} + 1\right) + \frac{1}{6}\sqrt{\frac{2}{3}p_0^2 + w^2}$$

Misalkan $\tilde{A}_1$ dan $\tilde{A}_2$ merupakan dua bilangan fuzzy, maka

(i) Jika $R(\tilde{A}_1) > R(\tilde{A}_2)$, maka $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$

(ii) Jika $R(\tilde{A}_1) = R(\tilde{A}_2)$, maka $\tilde{A}_1 \approx \tilde{A}_2$

(iii) Jika $R(\tilde{A}_1) \geq R(\tilde{A}_2)$, maka $\tilde{A}_1 \geq \tilde{A}_2$

Misalkan $\tilde{A}^{\sim}$ merupakan bilangan fuzzy trapezium yang dikontruksi dari suatu bilangan real $a \in \Re$, maka mode, spread, left spread, and right spread dari $\tilde{A}$ adalah sebagai berikut:

(i) $m(\tilde{A}) = wa$

(ii) $s(\tilde{A}) = wp_0$

(iii) $ls(\tilde{A}) = \frac{1}{6}wp_0$

(iv) $rs(\tilde{A}) = \frac{1}{6}wp_0$

Misalkan $\tilde{A} = \left(a - \frac{1}{2}p_0, a - \frac{1}{3}p_0, a + \frac{1}{3}p_0, a + \frac{1}{2}p_0; w_1\right)$ dan $\tilde{B} = \left(b - \frac{1}{2}p_0, b - \frac{1}{3}p_0, b + \frac{1}{3}p_0, b + \frac{1}{2}p_0; w_2\right)$ merupakan dua bilangan fuzzy trapezium yang diperumum, maka prosedur perbandingan $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ adalah sebagai berikut:

Aturan 1: Tentukan $R(\tilde{A})$ dan $R(\tilde{B})$

Jika $R(\tilde{A}) > R(\tilde{B})$, maka $\tilde{A} > \tilde{B}$

Jika $R(\tilde{A}) < R(\tilde{B})$, maka $\tilde{A} < \tilde{B}$

Jika $R(\tilde{A}) = R(\tilde{B})$, maka lanjut pada tahap ke 2

Aturan 2 : Tentukan mod$(\tilde{A})$ dan mod$(\tilde{B})$

Jika $mod(\tilde{A}) > mod(\tilde{B})$, maka $\tilde{A} > \tilde{B}$

Jika $mod(\tilde{A}) < mod(\tilde{B})$, maka $\tilde{A} < \tilde{B}$

Jika $mod(\tilde{A}) = mod(\tilde{B})$, maka lanjut pada tahap ke 3
Aturan 3: Tentukan w_1 and w_2
Jika $w_1 > w_2 \Leftrightarrow s(\tilde{A}) > s(\tilde{B})$, maka $\tilde{A}$> $\tilde{B}$
Jika $w_1 < w_2 \Leftrightarrow s(\tilde{A}) < s(\tilde{B})$, maka $\tilde{A}$ < $\tilde{B}$

Definition 3.1. Pemrograman Linear Fuzzy.
Suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ dikatakan Pemrograman Linear Fuzzy apabila memenuhi ketentuan berikut:

$$M\tilde{a}x(M\tilde{i}n)\ \tilde{z} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j (\leq, \approx, \geq) \tilde{b}_i\ , i = 1,2, \dots, m \qquad (1)$$

$$x_j \geq 0, j = 1,2, \dots, n$$

Definition 3.2. Pemrograman Linear crips.
Suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ dikatakan Pemrograman Linear Fuzzy apabila memenuhi ketentuan berikut:

$$Max(Min)\ z = \sum_{j=1}^{n} R(\tilde{c}_j) x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} R(\tilde{a}_{ij}) x_j (\leq, =, \geq) R(\tilde{b}_i)\ , i = 1,2, \dots, m \qquad (2)$$

$$x_j \geq 0, j = 1,2, \dots, n$$

dimana $R(\tilde{c}_j), R(\tilde{a}_{ij}), R(\tilde{b}_i) \in$ **R**

Definition 3.3 Solusi Optimal Pemrograman Linear Fuzzy.
Suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ dikatakan solusi optimal pemrograman linear fuzzy apabila memenuhi ketentuan-ketentuan berikut:

(i) $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j (\leq, \approx, \geq) \tilde{b}_i$, i = 1, 2, ..., m

(ii) $x_j \geq 0$

(iii) Apabila terdapat suatu himpunan bilangan real $\{x_j^*\}$ demikian sehingga $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j^* (\leq, \approx, \geq) \tilde{b}_i$ and $x_j^* \geq 0$, j = 1, 2, ..., n
maka $\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \leq \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j^*$ (permasalahan minimasi) and
$\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \geq \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j^*$ (permasalahan maksimasi)

Definition 3.4. Solusi Tak Terbatas Pemrograman Linear Fuzzy
Suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ dikatakan solusi fuzzy tak terbatas pemrograman linear fuzzy apabila memenuhi ketentuan-ketentuan sebagai berikut:

(i) $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j (\leq, \approx, \geq) \tilde{b}_i$, i = 1, 2, ..., m

(ii) $x_j \geq 0$

(iii) Apabila terdapat suatu bilangan fuzzy $\tilde{A}$ demikian sehingga

$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j^* (\leq, \approx, \geq) \tilde{b}_i$ and $x_j^* \geq 0$, j = 1, 2, ..., n

maka $\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j > \tilde{A}$, j = 1, 2, ..., n

Definition 3.5. Tidak ada solusi fuzzy Pemrograman Linear Fuzzy

Suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ dikatakan tidak ada solusi fuzzy pemrograman linear fuzzy apabila tidak terdapat $\{x_j\}$ yang memenuhi $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j (\leq, \approx, \geq) \tilde{b}_i$, i = 1, 2, ..., m

Teorema 3.6. Solusi Optimal Pemrograman Linear Fuzzy.

Misalkan suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ merupakan solusi optimal dari pemrograman linear (2). Apabila $\{x_j\}$ solusi optimal maka $\{x_j\}$ juga merupakan solusi optimal untuk pemrograman linear fuzzy (1).

Teorema 3.7 Solusi Tak Terbatas Pemrograman Linear Fuzzy

Misalkan suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ merupakan solusi untuk pemrograman linear crips (2). Apabila $z(x_j)$ solusi tak terbatas untuk pemrograman linear crips (2), maka $\tilde{z}(x_j)$ solusi tak terbatas untuk pemrograman linear fuzzy (1).

Teorema 3.8 (Tidak ada solusi)

Misalkan suatu himpunan bilangan real $\{x_j\}$ merupakan solusi dari pemrograman linear crips (2). Apabila $z(x_j)$ bukan solusi untuk pemrograman linear crips (2), maka tidak ada solusi untuk pemrograman linear fuzzy (1).

2. METODOLOGI

Metode Zimmermann (Zimmermann Method (ZM))

Misalkan diketahui permasalahan pemrograman linear fuzzy model Zimmermann.

Fungsi Objektif: Max $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{cx}$

s.t. $\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{x} \geq 0$

(3)

dan

Fungsi Objektif: Max $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{cx}$

s.t. $\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b} + \boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{x} \geq 0$ (4)

dimana $p = (p_1, p_2, \cdots)$ merupakan nilai-nilai yang ditentukan oleh pengambil keputusan[1]. Misalkan secara berurutan solusi optimal dari (3) dan (4) adalah z_1

dan z_2, selanjutnya pilih $b_0 = z_2$ dan $p_0 = b_0 - z_1$. Berdasarkan informasi tersebut maka model (4) dapat ditransformasi menjadi:

Fungsi Objektif: Maks $\boldsymbol{\lambda}$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{cx} \geq b_0 - (1-\lambda)p_0; \\ & A(x)_i \leq b_i + (1-\lambda)p_i,\ i = 1,2,3,\cdots,m; \\ & \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0};\ \lambda \in [0,1] \end{aligned} \tag{5}$$

Solusi optimal model (6) akan sama dengan solusi optimal model (4). Tahapan penelesaian dengan metode Zimmermann (Zimmermann Method (ZM)) adalah sebagai berikut:

Fungsi Objektif: Maks $\boldsymbol{\lambda}$

$$\text{s.t.} \quad 1 \geq \overline{A^{\iota}}(x) \geq \lambda \geq 0, i = 0,1,2,\cdots,m; \quad \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \tag{6}$$

Misalkan (x^*, λ^*) merupakan solusi optimal model (5). Tahap selanjutnya yaitu menentukan solusi optimal permaalahan pemrograman linear fuzzy sebagai berikut:

Fungsi Objektif: Max $\sum_{i=0}^{m} \lambda_i$

$$\text{s.t.} \quad 1 \geq \overline{A^{\iota}}(x) \geq \lambda_i \geq \overline{A^{\iota}}(x^*),\ i = 1,2,\cdots,m;\ \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \tag{7}$$

Metode IZM

Maleki[7] memperbaiki prosedur metode Zimmermann dengan algoritma berikut. Misalkan diketahui suatu permasalahan pemrograman linear fuzzy seperti pada model (1), langkah selanjutnya yaitu memilih nilai $b_0 \in \Re$ dan $p_i > 0, i = 1, 2, \cdots, m$ dari variabel keputusan. Berdasarkan informasi tersebut akan diperoleh permasalahan pemrograman linear fuzzy model Zimmermann (5). Jika model (5) tidak mempunyai solusi yang fisibel, maka proses penyelesaian dihentikan. Jika model (3) mempunyai solusi optimal alternatif dan misalkan (x*, $\boldsymbol{\lambda}$*) merupakan solusi optimal model (1), maka permaalahan pemrograman linear fuzzynya menjadi:

Fungsi Objektif: Maks $\boldsymbol{\lambda}$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{cx} \geq b_0 - (1-\lambda)p_0;\ A(x)_i \leq b_i + (1-\lambda)p_i,\ i = 1,2,3,\cdots,m; \\ & \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0};\ \lambda \in [0,1] \end{aligned} \tag{8}$$

Apabila model (1) tidak mempunyai solusi optimal, maka misalkan $(\mathbf{x}^*, \lambda^*)$ merupakan satu-satunya solusi optimal maka $z^* = cx^*$ merupakan nilai z terbaik dengan tingkat kepuasan $\widetilde{A^0} = 1 - \frac{b_0 - cx^*}{p_0}$ and tingkat kepuasan untuk fungsi kendala atau *constrain* adalah $\widetilde{A^{\iota}} = 1 - \frac{(Ax^*)_i - b_i}{p_0},\ i = 1,2,\cdots,m$. Apabila solusi model (4) adalah tidak terbatas, maka model (3) tidak mempunyai solusi optimal terbatas, dengan demikian proses penyelesaian berhenti. Apabila tidak, misalkan $\boldsymbol{\lambda}$** merupakan solusi optimal model (8), maka then $z^{**} = cx^{**}$ merupakan nilai z terbaik dengan tingkat kepuasan untuk fungsi objektif adalah $\widetilde{A^0} = 1 - \frac{b_0 - cx^{**}}{p_0}$ dan tingkat kepuasan untuk fungsi kendala/*constrain* $\widetilde{A^\iota} = 1 - \frac{(Ax^{**})_i - b_i}{p_0}$, $i = 1,2,\cdots,m$.

Metode Pengembangan Zimmermann

Metode Pengembangan Zimmermann merupakan suatu usulan penyelesaian permasalahan pemrograman linear fuzzy dengan prosedur sebagai berikut:

Langkah 1

Misalkan p_0 merupakan suatu bilangan real yang diperoleh berdasarkan informasi metode Zimmermann, selanjutnya

Langkah 2

Dengan menggunakan definisi 2.3 model permasalahan pemrograman linear fuzzy ditransformasi menjadi:

Fungsi objektif: $M\tilde{a}x(M\tilde{\imath}n)\ \tilde{Z} \cong \tilde{c}_1x_1 \oplus \tilde{c}_2x_2 \oplus \ldots \oplus \tilde{c}_nx_n$

$$\text{s.t.}\quad \begin{array}{ccccccccc} \tilde{a}_{11}x_1 & + & \tilde{a}_{12}x_2 & + & \cdots & + & \tilde{a}_{1n}x_n & (\leq,\approx,\geq) & \tilde{b}_1 \\ \tilde{a}_{21}x_1 & + & \tilde{a}_{22}x_2 & + & \cdots & + & \tilde{a}_{2n}x_n & (\leq,\approx,\geq) & \tilde{b}_2 \\ & & & & \vdots & & & & \\ \tilde{a}_{m1}x_1 & + & \tilde{a}_{m2}x_2 & + & \cdots & + & \tilde{a}_{mn}x_n & (\leq,\approx,\geq) & \tilde{b}_m \end{array}$$

(9)

$x \geq 0$

Where

$$\tilde{c}_j = \left(c_j - \tfrac{1}{2}p_0, c_j - \tfrac{1}{3}p_0, c_j + \tfrac{1}{3}p_0, c_j + \tfrac{1}{2}p_0\right)$$
$$\tilde{a}_{ij} = \left(a_{ij} - \tfrac{1}{2}p_0, a_{ij} - \tfrac{1}{3}p_0, a_{ij} + \tfrac{1}{3}p_0, a_{ij} + \tfrac{1}{2}p_0\right)$$
$$\tilde{b}_i = \left(b_i - \tfrac{1}{2}p_0, b_i - \tfrac{1}{3}p_0, b_i + \tfrac{1}{3}p_0, b_i + \tfrac{1}{2}p_0\right)$$

Langkah 3

Gunakan fungsi perangkingan untuk mengkonversi permasalahan pemrograman linear fuzzy (9) ke dalam permasalahan pemrograman linear crips (3).

Fungsi Objektif:

$$Maks/Min\ Z = R(\tilde{c}_1)x_1 + R(\tilde{c}_2)x_2 + \cdots + R(\tilde{c}_n)x_n$$

s.t

$$\begin{array}{ccccccccc} R(\tilde{a}_{11})x_1 & + & R(\tilde{a}_{12})x_2 & + & \cdots & + & R(\tilde{a}_{1n})x_n & (\leq,=,\geq) & R(\tilde{b}_1) \\ R(\tilde{a}_{21})x_1 & + & R(\tilde{a}_{22})x_2 & + & \cdots & + & R(\tilde{a}_{2n})x_n & (\leq,=,\geq) & R(\tilde{b}_2) \\ & & & & \vdots & & & & \\ R(\tilde{a}_{m1})x_1 & + & R(\tilde{a}_{m2})x_2 & + & \cdots & + & R(\tilde{a}_{mn})x_n & (\leq,=,\geq) & R(\tilde{b}_m) \end{array}$$

(10)

$$x \geq 0$$

Apabila permasalahan pemrograman linear crips (10) mempunyai solusi tidak terbatas, maka permasalahan pemrograman linear fuzzy (9) juga mempunyai solusi yang tidak terbatas. Sedangkan apabila permasalahan pemrograman linear crips (10) tidak mempunyai solusi, maka permasalahan pemrograman linear fuzzy (9) juga tidak mempunyai solusi dan apabila kondisi lainnya terjadi berlanjut pada langkah 4.

Langkah 4

Misalkan $\mathrm{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ merupakan solusi optimal dari permasalahan pemrograman linear crips (10), maka $\tilde{Z}_{max}(\mathbf{x}^*)$ merupakan solusi optimal untuk permasalahan pemrograman linear fuzzy (9).

3. HASIL/TEMUAN DAN PEMBAHASAN

Kasus 1

Misalkan diketahui suatu model pemrograman linear fuzzy sebagai berikut:

Fungsi Objektif: $\quad \text{M}\tilde{a}\text{x} \quad z = x_1 + x_2$

$$\text{s.t.} \quad \begin{array}{rcrcl} x_1 & + & 2x_2 & \leq & 10 \\ -2x_1 & + & x_2 & \leq & 3, \quad x_1, x_2 \geq 0 \\ 2x_1 & + & x_2 & \leq & 12 \end{array} \tag{11}$$

Kasus 2 (Kasus Tidak ada solusi)

Misalkan diketahui suatu model pemrograman linear fuzzy sebagai berikut:

Fungsi Objektif: $\quad \text{M}\tilde{a}\text{x} \quad z = x_1 + x_2$

$$\text{s.t.} \quad \begin{array}{rcrcl} -x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ 6x_1 & - & 2x_2 & \leq & 30 \\ -x_1 & + & 10x_2 & \geq & 10, \quad x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1 & + & 3x_2 & \leq & 15 \\ 3x_1 & + & x_2 & \geq & 17 \end{array} \tag{12}$$

Kasus 3 (Kasus Tidak terbatas)

Misalkan diketahui suatu model pemrograman linear fuzzy sebagai berikut:

Fungsi Objektif: $\quad \text{M}\tilde{a}\text{x} \quad z = x_1 + 2x_2$

$$\text{s.t.} \quad \begin{array}{rcrcl} 2x_1 & + & x_2 & \geq & 10 \\ x_1 & + & 2x_2 & \geq & 8, \quad x_1, x_2 \geq 0 \\ & & x_2 & \leq & 15 \end{array} \tag{13}$$

Solusi dari tiga kasus yang diselesaikan dengan ZM (*Zimmermann Method*), IZM, dan metode Pengembangan Zimmermann tersaji pada Tabel 1. Berdasarkan Tabel 1 diperoleh informasi bahwa untuk kasus tidak ada solusi hasil penyelesaian dengan ZM (*Zimmermann Method*) dapat diperbaiki atau ditingkatkan oleh hasil penyelesaian dengan IZM yang dikembangkan oleh Maleki. Sedangkan untuk kasus-kasus solusi tidak terbatas lokal hasil penyelesaian dengan ZM dan IZM daat diperbaiki atau ditingkatkan oleh hasil penyelesaian dengan metode Pengembangan Zimmermann.

Tabel 1. Perbandingan Hasil Penyelesaian dengan Metode Zimmermann, IZM, dan Pengembangan Zimmermann

Kasus	**Metode**	**Minimal Z_{op}**	**Rata-rata Z_{op}**	**Maksimal Z_{op}**
1	ZM	3	-	$7\,{}^{1}/_{3}$
	IZM	3	-	$8\,{}^{2}/_{3}$
	Pengembangan Zimmermann	3	4 s.d. 8	9
2	ZM	$7\,{}^{2}/_{3}$	-	$7\,{}^{2}/_{3}$
	IZM	Tidak ada solusi	-	Tidak ada solusi
	Pengembangan Zimmermann	Tidak ada solusi	Tidak ada solusi	Tidak ada solusi
3	ZM	4	-	8
	IZM	-	-	8
	Pengembangan Zimmermann	Tidak terbatas	Tidak terbatas	Tidak terbatas

4. KESIMPULAN

Algoritma penyelesaian yang diusulkan dalam artikel ini mudah dan sederhana. Beberapa ilustrasi di atas menunjukkan bahwa apabila usulan nilai p_0 berdasarkan informasi metode Zimmerman, hal ini memungkinkan bahwa hasil penyelesaian ZM dan IZM tidak memberikan nilai terbaik untuk fungsi tujuannya. Selain itu, jika fungsi tujuannya memiliki solusi tidak terbatas maka solusi dengan ZM dan IZM tidak menemukannya.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1]. R. E., Bellman and L. A., Zadeh, Decision Making in a Fuzzy Envronment (Management Science, vol. 17, New York City, 1970), pp. 141-164. (Journal)

[2]. H. Tanaka, Okuda and K. Asai, On fuzzy mathematical programming, Journal of Cybernetics, 3(4) (1974), 37-46. (Journal)

[3]. Zimmermann H. J., Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions, Fuzzy Sets and Systems, 1 (1978) 45-55. (Journal)

[4]. M. R. Safi, H.R. Maleki and E. Zaeimazad, A note on the Zimmermann Method for solving fuzzy linear programming problems, Iranian Journal of Fuzzy System Vol. 4, No. 2, (2007) pp. 31-45. (Journal)

[5]. Y.I.P. Thorani and R. Shankar, Fuzzy assignment problem with generalized fuzzy numbers, Applied Mathematical Sciences, Vol. 7, 2013, no. 71, 3511-3537. (Journal)

[6]. A. Kumar and N. Bhatia, Sensitivity Analysis for Interval-Valued Fully Fuzzy Linear Programming Problems, (Journal of Applied and Technology, vol. 10, Mexico, 2012), pp. 871-883. (Journal)

[7]. Lukman, and Sufyani P., Sensitivity Analysis Of Linear Programming Model With Parameter Coefficients Of The Objective Function In The Form Of Triangular Fuzzy Numbers, in MSCEIS 2013 Proceeding, edited by Hertien, et.al. (Faculty of Mathematics and Science Education, Bandung, 2013), pp 45 – 50. (Proceeding)

[8]. Thorani Y.I.P., Phani, and Ravi S., Ordering Generalized Trapezoidal Fuzzy Number, (Int. Math Sciences, vol.7, no 12, ----, 2012), pp. 555-573. (Journal)